



Aplicação do Método Schlieren Ressonante

Danilo Almeida Machado¹, Fernando de Souza Costa², Demerval Carinhana Junior³,
Antonio Carlos de Oliveira³

¹Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), Cachoeira Paulista, SP, Brasil

Aluno de Doutorado do Curso de Combustão e Propulsão (ETE-PCP)

²Laboratório Associado de Combustão e Propulsão (INPE)

³Divisão de Aerodinâmica e Hipersônica do Instituto de Estudos Avançados (IEAv)

danilo.machado@inpe.br

Resumo. Este trabalho descreve conceitos básicos do método schlieren ressonante e apresenta uma discussão sobre o coeficiente de refração em meios heterogêneos com absorção da luz. Uma aplicação do método é realizada para o estudo do escoamento de N_2O através de uma válvula pulsada piezoelétrica, empregando-se moléculas de iodo como sementes no escoamento. Os resultados mostraram que a absorção da luz possibilita o aumento do contraste do método schlieren.

Palavras-chave: Diagnóstico Óptico; Schlieren Ressonante; Índice de Refração Complexo.

1. Introdução

A visualização de escoamentos por métodos ópticos *schlieren* tem sido uma das formas mais simples e utilizadas para estudar e analisar de forma qualitativa a estrutura de um escoamento real, bem como para comparar com a estrutura gerada por métodos computacionais [Settles, G.S., 2000]. Nos últimos 15 anos esses métodos, basicamente qualitativos, sofreram uma profunda transformação, tornando-se também métodos quantitativos graças ao uso de câmeras de alta resolução e de alta velocidade, bem como ao processamento de imagens por softwares [Settles G. S. e Hargather M. J. 2017].

Os métodos *schlieren* voltaram ao estado da arte na área de diagnósticos ópticos de escoamentos e permitem determinar as distribuições de velocidade, temperatura e de massa específica dos escoamentos.

A sensibilidade dos métodos *schlieren* depende da variação do índice de refração do meio e das características dos instrumentos ópticos utilizados no arranjo. A luz se propaga uniformemente através de meios homogêneos seguindo um caminho retilíneo. Por outro



lado, ao passar por meios heterogêneos a luz sofre desvios decorrentes da não uniformidade do índice de refração.

Dentre os métodos novos *schlieren* e *shadowgraph* se destacam os métodos Ressonantes. Estes utilizam a absorção de luz pelas moléculas ou átomos das espécies presentes no escoamento para aumentar a sensibilidade das técnicas.

[Germain e Hornung 1997] utilizaram o método *Schlieren* Ressonante na investigação de escoamentos hipersônicos, com o emprego de sementes de sódio no escoamento para visualização das instabilidades na camada limite. [Lemieux e Hornung 2002] utilizaram a técnica para investigar instabilidades de Tollmien-Schlichting e transições de regimes de escoamento. Com o uso do *Schlieren* Ressonante foi possível detalhar interações da camada de choque com a camada limite em escoamentos hipersônicos de alta entalpia. [Bishop et. al. 2004] aprimoraram o método *Schlieren* Ressonante para determinação da massa específica em chamas de acetileno sem a necessidade de informações prévias da combustão como temperatura e pressão.

No presente trabalho será descrita uma fundamentação teórica para o índice de refração complexo, utilizando as relações de Kramers–Kronig para solução das equações de Maxwell. Serão apresentados resultados preliminares de um estudo de escoamentos de tetróxido de nitrogênio N_2O com sementes de iodo I_2 sublimadas, caracterizados pelo *Schlieren* Ressonante. O objetivo desse estudo é verificar o aumento do contraste na imagem *schlieren* quando as partículas semeadas de iodo absorvem parte da radiação incidente e comparar com uma imagem *schlieren* de quando não há absorção.

2. Metodologia

A seção metodologia será dividida em três seções. A primeira sobre o método *schlieren*, abordando a deflexão angular e o contraste na imagem *schlieren*. A segunda parte com relação ao índice de refração complexo que demonstra as relações entre a absorção atômica e molecular com índice de refração. Por fim, na terceira parte será descrito o arranjo experimental utilizado para comparação de imagens *schlieren* com absorção molecular e sem absorção.

2.1 Método Schlieren

A Figura 1 mostra um típico arranjo óptico *schlieren*, utilizando laser como fonte de luz, lentes para colimar o feixe de luz, um filtro óptico que no jargão da técnica é chamado de



faca e um anteparo onde é formada a imagem do escoamento. Uma introdução aos métodos *schlieren* e *shadowgraph* pode ser vista em [Machado D. A. et al. 2020].

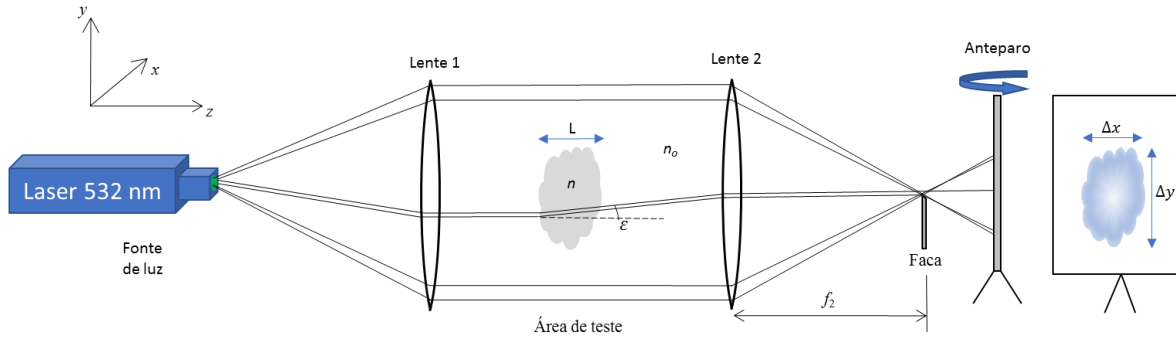


Figura 1. Arranjo *Schlieren* composto por duas lentes, um filtro óptico “faca” e um laser como fonte de luz. As distâncias entre os elementos ópticos e seus respectivos tamanhos estão fora de escala.

O princípio básico da técnica *schlieren* é a deflexão da luz ao passar por um meio heterogêneo. Conforme a Figura 1, os raios de luz que passam pelo objeto de teste entre as lentes 1 e 2, sofrem deflexão devido ao gradiente de densidade dentro do objeto e, por consequência, devido ao gradiente do índice de refração, uma vez que o índice de refração é relacionado à densidade. Uma parte dos raios que atravessam o objeto de teste é bloqueada pela faca, aumentando o contraste da imagem na tela. A deflexão na direção y de um raio de luz que passa na direção z através de um meio heterogêneo é dada por:

$$\varepsilon_y = \frac{L}{n_0} \frac{\partial n}{\partial y} \quad (1)$$

onde n_0 é o índice de refração do meio circundante, n é o índice de refração do objeto de estudo e L é o comprimento na direção z do objeto de estudo.

O contraste C é a relação de variação da iluminância ΔE com a iluminância de fundo E , em uma imagem *schlieren*, sendo dado por $C \equiv \Delta E/E = f_2 \varepsilon_y/a$, onde f_2 é a distância focal da segunda lente (ver Fig.1) e a é a altura desobstruída da imagem da fonte formada na faca. Uma vez que o índice de refração é dado por $n = 1 + k\rho$, onde k é a constante de Gladstone-Dale, o contraste de uma imagem *schlieren* é dado por:

$$C = \frac{f_2}{a} \frac{L}{n_0} \frac{\partial n}{\partial y} = \frac{f_2}{a} \frac{Lk}{1 + k\rho_0} \frac{\partial \rho}{\partial y} \quad (2)$$



2.2 Índice de refração complexo

Para descrever o índice de refração do ar com absorção pode-se utilizar o modelo clássico de um oscilador amortecido forçado, com base nas equações de Maxwell da eletrodinâmica. O resultado é um índice de refração complexo obtido a partir das relações de Kramers–Kronig. Detalhes da dedução a seguir são apresentados por [Demtröder 1996] e [Hecht 2002].

A intensidade da luz ao passar por um meio absorvente é dada pela Lei de Beer:

$$I = I_0 e^{-\alpha(\omega)z} \quad (3)$$

onde I_0 é a intensidade da luz incidente, I é a intensidade da luz a uma distância z dentro do meio, $\alpha(\omega)$ é o coeficiente de absorção e ω é a frequência angular da luz.

O perfil de absorção $\alpha(\omega)$ pode ser obtido a partir do modelo clássico de um oscilador amortecido com carga q sob a influência de uma força qE causada por uma onda incidente, com a amplitude do campo elétrico E dada por:

$$E = E_0 e^{i\omega t} \quad (4)$$

Pode-se escrever a intensidade do campo elétrico na forma da equação diferencial:

$$m\ddot{x} + m\dot{x} + kx = qE_0 e^{i\omega t} \quad (5)$$

onde m é a massa do elemento absorvedor. Após a solução desta equação diferencial, pode-se determinar o momento de dipolo magnético induzido $p = qx$, pela oscilação forçada de uma carga q . Considerando N osciladores por unidade de volume, com uma polarização P , que é a soma de todos os momentos de dipolo por unidade de volume, tem-se que:

$$P = Nqx = \frac{Nq^2 E}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (6)$$

A polarização pode também ser obtida de uma forma diferente, a partir das equações de Maxwell da eletrodinâmica clássica:

$$P = \epsilon_0(\epsilon - 1)E = \epsilon_0\chi E \quad (7)$$

onde ϵ_0 é a constante dielétrica e χ é a susceptibilidade elétrica do dielétrico.

A partir das equações de Maxwell, a velocidade de uma onda eletromagnética em um meio com constante dielétrica $\epsilon_0\epsilon$ e com permeabilidade magnética $\mu_0\mu$ é dada por

$$v = (\epsilon_0\epsilon\mu_0\mu)^{-1/2} \quad (8)$$



Uma vez que o índice de refração é definido como $n = c/v$ onde $c = (\epsilon_0\mu_0)^{-1/2}$ é a velocidade da luz no vácuo, então $n = \sqrt{\epsilon\mu}$. Considerando que $\mu \cong 1$, exceto em meios ferromagnéticos, então $n = \sqrt{\epsilon}$.

Combinando as equações 6, 7 e usando $n = \sqrt{\epsilon}$, resulta:

$$n^2 = 1 + \frac{Nq^2}{m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (9)$$

Em gases a baixa pressão $n \cong 1$, então $n^2 - 1 \cong 2(n - 1)$ e, portanto:

$$n = 1 + \frac{Nq^2(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)}{2m\epsilon_0(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (10)$$

Por exemplo, o ar atmosférico tem índice de refração 1,00028 para o comprimento de onda de 500 nanômetros. Separando a parte real do resultado de sua parte imaginária, pode-se reescrever a Eq. (10) como:

$$n = n' - i\kappa \quad (11)$$

onde n é o índice refração complexo, n' é o índice de refração e κ é o coeficiente de atenuação para a absorção.

A equação do campo elétrico de uma onda eletromagnética se propagando na direção z é $E = E_0 e^{i(\omega t - kz)}$ em um meio com índice de refração n , com frequência ω_n igual à frequência ω_0 no vácuo. Porém o número de onda é dado por $k_n = k_0 n$, onde $|k| = 2\pi/\lambda$, sendo λ o comprimento de onda. Inserindo $n = n' - i\kappa$, a equação do campo elétrico fica:

$$E = E_0 [e^{-k_0 \kappa z}] [e^{i(\omega t - k_0 n' z)}] = E_0 \left[e^{-2\pi \kappa z / \lambda_0} \right] [e^{ik_0(ct - n'z)}] \quad (12)$$

A equação 12 mostra que a parte imaginária $\kappa(\omega)$ do índice de refração complexo n descreve a absorção de uma onda eletromagnética. Em uma profundidade de penetração $\Delta z = \lambda_0 / (2\pi\kappa)$, a amplitude do campo elétrico diminui de $E_0 e^{-k_0 \kappa z}$ para $1/e$ do seu valor em $z = 0$. A parte real $n'(\omega)$ representa a dispersão da onda, ou seja, a dependência da velocidade de fase $v(\omega) = c/n'(\omega)$ com relação à frequência. A intensidade I é proporcional a EE^* e, portanto, diminui conforme:

$$I = I_0 e^{-2\kappa k_0 z} \quad (13)$$

Comparando a equação acima como a lei de Beer, tem-se que o coeficiente de absorção pode ser escrito como:



$$\alpha = 2\kappa k_0 = \frac{4\pi\kappa}{\lambda_0} \quad (14)$$

Portanto, o coeficiente de absorção é proporcional à parte imaginária κ do índice de refração complexo. Combinando as Eqs. 14, 11 e 10 e separando as partes real e imaginária, obtém-se:

$$\alpha = \frac{Nq^2\omega_0}{c\epsilon_0 m} \frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (15a)$$

$$n' = 1 + \frac{Nq^2}{2\epsilon_0 m} \frac{\omega_0^2 - \omega^2}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + \gamma^2\omega^2} \quad (15b)$$

Essas são as relações de dispersão de Kramers–Kronig que relacionam a absorção e a dispersão através do índice de refração complexo que pode ser reescrito como:

$$n = n' - i\kappa = n' - \frac{i\alpha}{2k_0} \quad (16)$$

Assim, quanto maior o coeficiente de absorção maior será o módulo do índice de refração complexo.

No caso de transições moleculares de absorção, pode-se considerar que a frequência de transição $\omega_0 \gg |\omega_0 - \omega|$ e fazendo $q = e$, resultando:

$$\alpha(\omega) = \frac{Ne^2}{4c\epsilon_0 m} \frac{\gamma}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (17a)$$

$$n' = 1 + \frac{Ne^2}{4\epsilon_0 m\omega_0} \frac{\omega_0 - \omega}{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (\gamma/2)^2} \quad (17b)$$

O perfil da absorção molecular $\alpha(\omega)$ é uma Lorentziana, com uma largura à meia altura de $\Delta\omega_n = \gamma$, que é igual à largura à meia altura natural.

2.3 Metodologia Experimental

Na Figura 2 é mostrado o arranjo experimental do *Schlieren* Ressonante. Foi utilizada uma câmara de expansão de aço inoxidável. Uma válvula pulsada piezoelétrica foi empregada com seu respectivo driver da Lasertechnics modelo 203B LPV para produzir os escoamentos. Para gerar o sinal de abertura foi utilizado um gerador de função de onda marca GoldStar, modelo FG-2002C.



Para monitorar os sinais do gerador de onda e do driver foi utilizado um osciloscópio da Tektronix modelo TDS 2014. O escoamento de óxido nítrico (N_2O) foi semeado com moléculas de iodo (I_2). Como fonte de luz foi utilizado um laser contínuo de estado sólido bombeado por diodo com emissão em 532,0 nm, da marca Coherent modelo Verdi V 8. Uma câmera da marca Phantom modelo v2010, com capacidade de 1.000.000 fps, foi utilizada para registro das imagens.

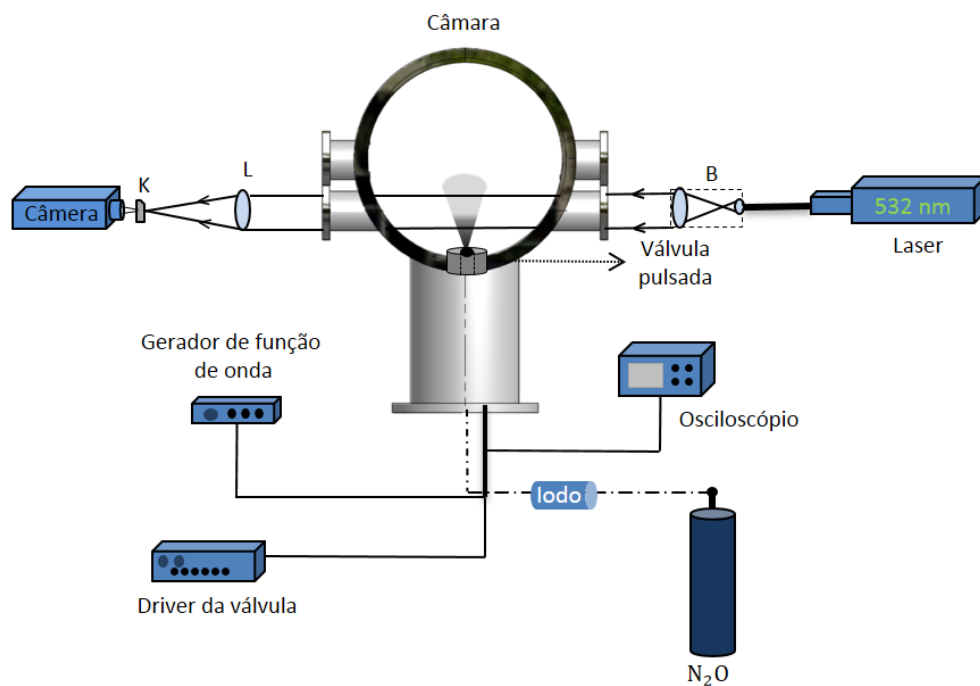


Figura 2. Arranjo experimental do *Schlieren* Ressonante, onde B é o expansor do feixe do laser, L é a lente focalizadora e k é a lâmina.

O método experimental consiste em analisar as imagens *Schlieren* Ressonante utilizando um laser como fonte de luz, com emissão em 532 nm. Na região do comprimento de onda de 532 nm existem linhas intensas de absorção para a molécula de iodo. A absorção nessa região, causa uma mudança no índice de refração do meio, que foi demonstrada na equação do índice de refração complexo.

Para comparar os resultados obtidos foram realizadas medidas nesses comprimentos de onda sem a adição de sementeira de iodo. Para semear o iodo no escoamento foi adicionado uma cápsula de pré-mistura com uma camisa térmica para facilitar a sublimação do iodo, o escoamento de N_2O ao passar pela cápsula arrasta moléculas de iodo, que são expandidas pela válvula pulsada na câmara.



3. Resultados e Discussão

Como visto no equacionamento do índice de refração complexo, é esperado um aumento no seu valor devido à absorção da luz pelas sementes de iodo, esse efeito implica num aumento do contraste na imagem *schlieren*, já que o efeito *schlieren* é proporcional a $\frac{\partial \rho}{\partial y}$. A Figura 3 mostra uma imagem do sistema experimental que foi montado no Laboratório de Espectroscopia Molecular do Instituto de Estudos Avançados do DCTA. Na Figura 3 os itens numerados são: (1) laser; (2) primas; (3) expansor de feixe; (4) câmara de expansão; (5) medidor de pressão; (6) espelho plano; (7) conjunto de filtros; (8) câmera de alta velocidade; (9) driver, gerador de função de onda e osciloscópio.

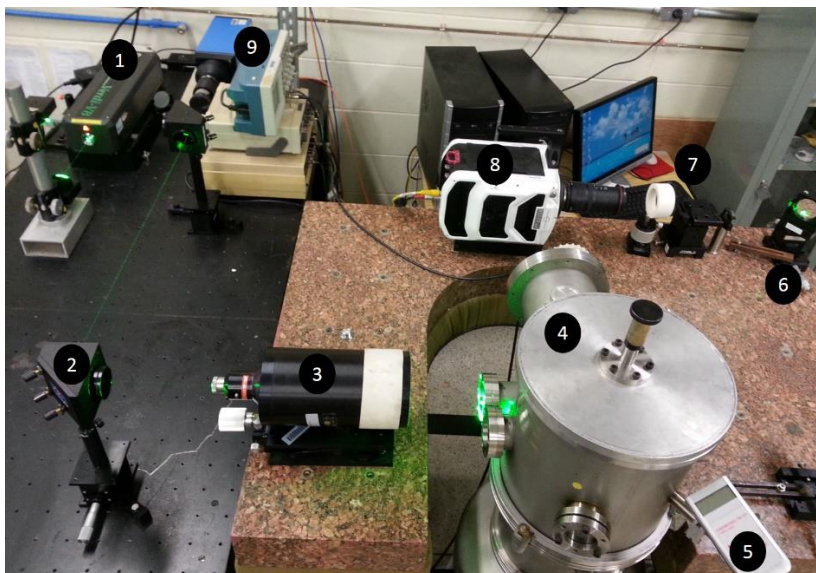


Figura 3. Imagem do experimento do *Schlieren* Ressonante. Pode-se observar a emissão de luz verde em 532 nm, esse feixe é expandido e passa através da câmara de expansão, iluminando o escoamento.

A Figura 4 mostra imagens *schlieren* obtidas do escoamento de N_2O na saída de uma válvula pulsada. Na Figura 4 (a) tem-se a imagem da seção de teste sem a presença do escoamento, na Figura 4 (b) é mostrada a imagem do escoamento de N_2O puro e na Figura 4 (c) o escoamento está com sementes de iodo. Nesse estudo preliminar, pode-se observar que a presença de iodo no escoamento aumenta claramente o contraste na imagem.

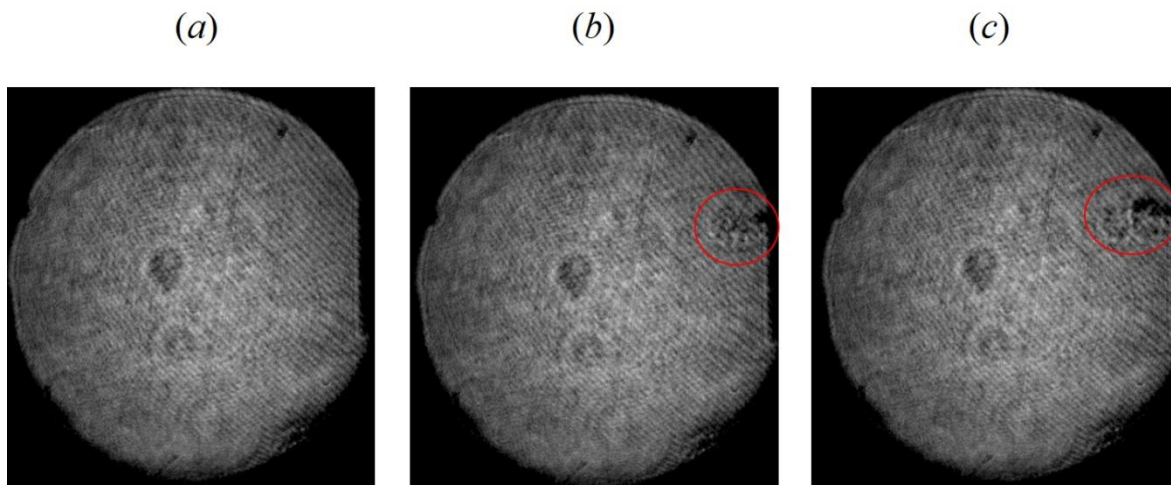


Figura 4. Imagens *schlieren* de um escoamento de N_2O . Em (a) é a imagem da área de teste sem o escoamento; (b) imagem do escoamento de N_2O puro; (c) imagem do escoamento com sementes de iodo.

4. Conclusão

O trabalho descreveu o método *schlieren* ressonante e apresentou a dedução de equações do índice de refração complexo. Foi apresentada uma aplicação do método para o estudo do escoamento de N_2O através de uma válvula pulsada piezoelétrica, empregando-se moléculas de iodo como sementes no escoamento. Os resultados mostraram que a absorção da luz possibilita o aumento do contraste do método *schlieren*.

Agradecimentos: a CAPES pela concessão da bolsa de doutorado e a FINEP pelo financiamento do projeto CSLASER.

Referências

Bishop, A.I., McIntyre T. J., Littleton B. N. e Rubinsztein-Dunlop H. (2004). Near-resonant holographic interferometry and absorption measurements of seeded atomic species in a flame. *Appl Opt.*; **43** (17) 3391-3400.

Demtröder, W. (1996). *Laser Spectroscopy - Basic Concepts and Instrumentation*, New York: Springer-Verlag Berlin Heidelberg.

Germain, P. e Hornung, H. (1997). Transition on a slender cone in hypervelocity flow. *Experiments in Fluids* **22**, 183–190.

Hecht, E. (2002). *Óptica*. 2 ed. Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.



11º Workshop em Engenharia e Tecnologia Espaciais
18, 19 e 20 de agosto de 2020

Lemieux, P. e Hornung, .H. (2002). Development and application of streakline visualization in hypervelocity flows. *Exp Fluids* **33**, 188–195.

Machado, D. A., Costa, F. S., Carinhana, D. J., Oliveira, A. C. (2020, no prelo) Visualização de Escoamentos pelos Métodos Ópticos Shadowgraph e *Schlieren*. *Revista Brasileira de Ensino de Física* (online), v. 42, p. e20200146-1, 2020.